

Программирование, 9-й математический класс

Листок 4. Синтаксис Python. Оператор цикла for, функция range.

Во всех задачах этого листочка предполагается использование цикла for, а не while.

Задачи, помеченные звёздочкой (U - Z), повышенной сложности и не являются обязательными.

A. Числа от A до B

Даны два целых числа A и B . Выведите все числа от A до B включительно, в порядке возрастания, если $A < B$, или в порядке убывания в противном случае.

Input	Output
1	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10	

B. n -значные нечётные натуральные числа

Дано натуральное число n . Напечатайте все n -значные нечётные натуральные числа в порядке убывания.

Input	Output
1	9 7 5 3 1

C. Сумма квадратов

По данному натуральному n вычислите сумму $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.

Input	Output
1	1

D. Лесенка

По данному натуральному $n \leq 9$ выведите лесенку из n ступенек, i -я ступенька состоит из чисел от 1 до i без пробелов.

Input	Output
3	1 12 123

E. Сумма произведений

По данному натуральному $n \geq 2$ вычислите сумму $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (n - 1) \times n$. Ответ выведите в виде вычисленного выражение и его значения в точности, как показано в примере.

Input	Output
4	1*2+2*3+3*4=20

F. Чётные числа на интервале

По данным двум натуральным числам A и B ($A \leq B$) выведите все чётные числа на отрезке от A до B . В этой задаче нельзя использовать инструкцию if.

Input	Output
1	2 4 6 8 10
10	

G. Сумма 10 чисел

Дано 10 целых чисел. Вычислите их сумму. Напишите программу, использующую наименьшее число переменных.

Input	Output
0	45
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Н. Сумма N чисел

Дано несколько чисел. Вычислите их сумму. Сначала вводите количество чисел N , затем вводится ровно N целых чисел. Какое наименьшее число переменных нужно для решения этой задачи?

Input	Output
3	9
2	
3	
4	

I. Количество нулей среди N чисел

Дано несколько чисел. Подсчитайте, сколько из них равны нулю, и выведите это количество.

Сначала вводится число N , затем вводится ровно N целых чисел.

Input	Output
5	2
0	
7	
0	
2	
2	

J. Количество делителей числа

Подсчитайте количество натуральных делителей числа x (включая 1 и само число, $x \leq 30000$).

Input	Output
1	1

K. Количество целочисленных корней

Даны целые числа a, b, c, d, e . Подсчитайте количество таких целых чисел от 0 до 1000, которые являются корнями уравнения $\frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x - e} = 0$, и выведите их количество.

Input	Output
1	1
-2	
1	
0	
1	

L. Квадрат трёхзначного числа

Квадрат трёхзначного числа оканчивается тремя цифрами, равными этому числу. Найдите и выведите все такие числа.

Input	Output
	376
	625

M. Четырёхзначные палиндромы

Даны два четырёхзначных числа A и B . Выведите все четырёхзначные числа на отрезке от A до B , запись которых является палиндромом.

Input	Output
1600	1661
2100	1771
	1881
	1991
	2002

N. Схема Горнера

Дан многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ и число x . Вычислите значение этого многочлена, воспользовавшись схемой Горнера:

$$P(x) = (\dots(((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + a_{n-3})\dots)x + a_0$$

Сначала программе подается на вход целое неотрицательное число $n \leq 20$, затем действительное число x , затем следует $n + 1$ вещественное число — коэффициенты многочлена от старшего к

младшему.

Программа должна вывести значение многочлена.

Input	Output
1	1.0
0.000	
1.000	
1.000	

О. *Сумма геометрической прогрессии*

Забудьте формулу суммы геометрической прогрессии и вычислите сумму

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n$$

Операцией возведения в степень пользоваться нельзя. Алгоритм должен иметь сложность $O(n)$ (то есть должен содержать только один цикл).

Программа получает на вход целое число n и действительное число x .

Input	Output
4	1.1111
0.1	

Р. *Сумма обратных квадратов*

По данному натуральному числу n вычислите сумму

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$$

Input	Output
3	1.36111

Q. *Ряд, сходящийся к числу π*

По данному n вычислите сумму

$$4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1} \right)$$

Сформулируйте цикл без помощи операции возведения в степень.

Ряд сходится к числу π .

Input	Output
2	3.46667

Р. *Ряд, сходящийся к числу $\ln(2)$*

По данному n вычислить сумму

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

Сформулируйте цикл без помощи операции возведения в степень.

Ряд сходится к $\ln 2$.

Input	Output
3	0.833333

S. ζ -функция

Дзета-функция определена следующим образом:

$$\zeta(s) = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

Известно, что $\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$

Вычислите приближённое значение числа π , используя первые 10 членов ряда для $\zeta(2)$.

Input	Output
	3.04936163598

T. Сумма факториалов

По данному натуральному n вычислите сумму

$$1! + 2! + 3! + \dots + n!$$

В решении этой задачи можно использовать только один цикл.

Input	Output
1	1

U* Потерянная карточка

Для настольной игры используются карточки с номерами от 1 до N . Одна карточка потерялась. Найдите её, зная номера оставшихся карточек.

Замечание для подкованных: использовать массивы, строки и подобные структуры нельзя.

Input	Output
5 1 2 3 4	5

V* Числа Армстронга

Натуральное число называется числом Армстронга, если сумма цифр числа, возведенных в K -ю степень (где K — количество цифр в числе) равна самому числу. Например,

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$$

Напишите программу, которая находит все числа Армстронга на отрезке $[a, b]$.

Если на указанном отрезке чисел Армстронга нет, выведите -1 .

Input	Output
100 400	153 370 371

W* Треугольная последовательность

Дана монотонная последовательность, в которой каждое натуральное число k встречается ровно k раз: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, ...

По данному натуральному n выведите первые n членов этой последовательности. Попробуйте обойтись только одним циклом `for`.

Input	Output
2	1 2

X* Сдача

Подсчитать количество способов выдать сдачу, равную n рублей ($n \leq 100$) монетами в 1, 2, 5 и 10 рублей.

Input	Output
2	2

Y* Автобусы и такси

От школы-интерната N . на очный тур Очень Открытой олимпиады прошло N школьников. Для доставки участников на место проведения директор интерната заказывает автобусы и такси. В каждый автобус можно посадить не более 50 школьников, в каждое такси — не более 4 школьников. Почасовая стоимость автобуса составляет A рублей, такси — B рублей (разумеется, $A > B$). На олимпиаду все участники из интерната должны приехать одновременно, то есть в заказанном транспорте должно найтись место сразу для всех.

Помогите директору определить, какое количество автобусов и такси нужно заказать, чтобы потратить как можно меньшую сумму денег на дорогу.

Вводятся три целых числа, под одному в строке — N, A, B ($1 \leq N \leq 100000, 1 \leq B < A \leq 1000$).

Выведите два числа, разделённых пробелами — количество автобусов и количество такси для заказа в оптимальном случае. Если возможных ответов несколько, выведите любой.

Input	Output
4	0 1
3	
2	

Z Оптом - дешевле*

В Москве начал работать новый оператор сотовой связи, предоставляющий доступ в интернет посредством технологии 3G. Новый оператор предлагает простые и невысокие тарифы, в частности, один мегабайт интернет-трафика стоит 1 рубль.

Кроме того, оператор предлагает покупать оптовые пакеты трафика — есть два предложения: купить пакет трафика на A мегабайт за B рублей и купить пакет трафика на C мегабайт за D рублей.

Таня планирует использовать в течение месяца N мегабайт интернет-трафика. Определите минимальную сумму, которую придётся ей заплатить. Таня может приобретать любое количество каждого из двух предлагаемых пакетов, а также оплачивать трафик по тарифу «1 рубль за мегабайт». Таня может приобретать пакеты интернет-трафика и в том случае, если суммарный оплаченный трафик будет более N мегабайт, если это выйдет дешевле.

Программа получает на вход пять натуральных чисел N, A, B, C, D , записанных в отдельных строках, не превосходящих 500000 каждое. Гарантируется, что $A > B$ и $C > D$. Программа должна вывести одно целое число — минимальную сумму, которую нужно заплатить для приобретения N мегабайт трафика.

Input	Output
35	31
10	
9	
20	
17	

Комментарий к примеру: пакет на 10 мегабайт стоит 9 рублей, пакет на 20 мегабайт стоит 18 рублей. Для оплаты 35 мегабайт нужно купить пакет на 10 мегабайт и пакет на 20 мегабайт, а за оставшиеся 5 мегабайт заплатить 5 рублей.

Input	Output
55	40
30	
20	
20	
16	

Комментарий к примеру: Пакет на 30 мегабайт стоит 20 рублей, пакет на 20 мегабайт стоит 16 рублей. Для оплаты 55 мегабайт нужно купить два пакета на 30 мегабайт, что суммарно будет стоить 40 рублей.