

Реализация класса Fraction

Создайте новый класс `Fraction` для работы с рациональными числами. Реализуйте арифметические и логические операции с рациональными числами. В задачах **A-F** вам требуется сдать программу, содержащую описание класса `Fraction` с необходимыми методами. После описания класса и пары пустых строк требуется написать одну строчку:

```
exec(open('input.txt').read())
```

или две, если хотите вводить данные с клавиатуры:

```
import sys
...здесь описание класса
exec(sys.stdin.read())
```

При сдаче программы неважно какой из способов выбран.

Обратите внимание, что все бинарные операции должны корректно выполняться в случае, если один из операндов — целое число.

Прочитать про перегрузку (*overloading*) арифметических операций можно здесь.

A. Реализация методов `__init__` и `__str__`.

Метод `__init__` может принимать на вход пару целых чисел, второе из которых не равно нулю, одно число или вообще не принимать никаких аргументов и определять атрибуты экземпляра класса, отвечающие за числитель и знаменатель дроби. Числитель — целое число, знаменатель — натуральное число, при этом дробь должна быть несократима.

- 2 аргумента — числитель и знаменатель;
- 1 аргумент — числитель, знаменатель равен 1;
- без аргументов — числитель равен 0, знаменатель равен 1.

Метод `__str__` должен возвращать строковое представление дроби в виде, показанном в тестах.

Задачи B-F проверяются также на всех тестах из предыдущих задач.

Input	Output
<code>print(Fraction(2, 4))</code>	<code>1/2</code>
<code>print(Fraction(30, -90))</code>	<code>-1/3</code>
<code>print(Fraction(8, 2))</code>	<code>4</code>

B. Реализация арифметических операций — сложение (+, +=)

Input	Output
<code>a = Fraction(2, 4)</code> <code>b = Fraction(30, -90)</code> <code>c = Fraction(3, 7)</code> <code>print(a + b)</code> <code>print(a + b + c + 1)</code> <code>c += a + b</code> <code>print(c)</code>	<code>1/6</code> <code>67/42</code> <code>25/42</code>

C. Реализация арифметических операций — вычитание (-, -=)

Обратите внимание, что требуется реализовать как бинарный минус, так и унарный.

Input	Output
<code>a = Fraction(2, 4)</code> <code>b = Fraction(30, -90)</code> <code>c = Fraction(3, 7)</code> <code>print(a - b)</code> <code>print(-a - b - c - 2)</code> <code>a -= b + c</code> <code>print(a)</code>	<code>5/6</code> <code>-109/42</code> <code>-25/42</code>

D. Реализация арифметических операций — умножение (*, *=)

Input	Output
<code>a = Fraction(1, 2)</code> <code>b = Fraction(3, -7)</code> <code>c = Fraction(1, 5)</code> <code>print(a * b)</code> <code>c *= a + b</code> <code>print(c)</code>	<code>-3/14</code> <code>1/70</code>

Е. Реализация арифметических операций — деление (//, // =)

Input	Output
<pre>a = Fraction(1, 2) b = Fraction(3, -7) c = Fraction(1, 5) print(a // Fraction(2, 3)) b //= c // a print(b)</pre>	<pre>3/4 -15/14</pre>

Ф. Реализация логических операций — сравнения (==, !=, <, <=, >, >=)

Input	Output
<pre>a = Fraction(2, 5) b = Fraction(5, 12) c = Fraction(3, 7) d = Fraction(1, 35) print(a > b) print(a != c) print(a + d == c) print(b >= c) print(c < a) print(c <= a + b)</pre>	<pre>False True True False False True</pre>

Г. Ближайшая аликвотная дробь

По данной дроби, не превосходящей 1, найдите максимальную дробь с числителем, равным 1, не превосходящей данную.

На вход программе подаётся строка вида A/B , где A и B — натуральные числа, десятичная запись которых содержит не более 100 знаков.

Требуется вывести дробь вида $1/C$, где $\frac{1}{C}$ — максимальная дробь с числителем, равным 1, такая что $\frac{1}{C} \leq \frac{A}{B}$.

Input	Output
2/5	1/3
1/4	1/4
23/101	1/5
45/46	1/2

Н. Египетские дроби

Разложением дроби на сумму египетских дробей называется представление данной дроби в виде суммы дробей с числителем равным 1 и разными знаменателями (дроби с числителем равным 1 ещё называют *аликвотными* дробями).

Существует несколько алгоритмов разложения данной дроби на сумму египетских дробей. Намёк на один из них — предыдущая задача.

Дана дробь, не превосходящая 1. Найти разложение данной дроби на сумму египетских дробей и вывести это разложение (см. примеры). Если разложений существует несколько, вывести любое.

На вход программе подаётся строка в формате, описанном в задаче Г.

Программа должна вывести выражение — сумму различных аликвотных дробей или одну дробь, если заданная дробь является аликвотной. Значение выведенного выражения должна быть равно данной дроби.

Input	Output
2/5	1/3+1/15
3/7	1/3+1/11+1/231
1/13	1/13
5/121	1/25+1/757+1/763309+1/873960180913+1/1527612795642093418846225

Определение: непрерывная (или цепная) дробь — это конечное или бесконечное выражение вида:

$$[a_0; a_1, a_2, \dots] = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

где a_0 — целое число, остальные a_i — натуральные числа. Число представляется конечной цепной дробью тогда и только тогда, когда оно рационально.

I. Получение значения дроби по её разложению в цепную дробь

На вход программе даётся две строки. В первой натуральное число N , во второй N чисел, первое из которых целое, остальные натуральные.

Программа должна вывести значение дроби, соответствующее указанному представлению.

Input	Output
4 1 1 1 1	5/3
1 3	3
3 1 2 3	10/7
5 0 2 4 8 16	532/1193

J. Разложение данной дроби в цепную дробь

Дана дробь, записанная в формате A/B или в виде одного целого числа. Требуется вывести последовательность чисел (первое — целое, остальные натуральные), представляющие собой разложение данной дроби в цепную дробь.

Input	Output
5/3	1 1 1 1
3	3
10/7	1 2 3
532/1193	0 2 4 8 16
-7/3	-3 1 2

K. Ближайшая дробь

По данной дроби $\frac{A}{B}$ найти ближайшую к ней дробь со знаменателем, не превышающим данное число Q . Если для данной дроби существует несколько дробей, равноудалённых от неё — выведите дробь с наименьшим знаменателем.

Input	Output
10/23 22	7/16
16/23 22	9/13
13/57 10	2/9
123/1000 100	8/65

L. Получение по периодическому представлению дроби её значения

Дана строка, содержащая десятичную запись дроби. Строка обязательно содержит ровно одну точку. Слева от точки — запись целого числа. Справа от точки последовательность цифр от 0 до 9, при этом возможно какой-то непустой суффикс этой последовательности взят в круглые скобки.

Требуется вычислить и вывести значение соответствующей несократимой дроби.

Input	Output
1.41(6)	17/12
0.(0588235294117647)	1/17
0.(629)	17/27
0.25	1/4

М. *Получение по значению дроби её периодического представления*

Дана дробь A/B . Требуется вывести её представление в виде конечной десятичной или бесконечной периодической дроби.

Обратите внимание, что дроби допускают различные способы записи. Проверьте, что соблюдены следующие правила:

- Конечная десятичная дробь не содержит незначащих нулей.

$$\frac{1}{8} = 0.12500 = 0.125$$

- Бесконечная периодическая дробь записана без предпериода, если это возможно. Например,

$$\frac{1231}{9999} = 0.123(1123) = 0.(1231)$$

- Если предпериод есть, его длина минимальна:

$$\frac{211}{990} = 0.21(31) = 0.2(13)$$

- Длина периода наименьшая из возможных: $\frac{1}{3} = 0.(33) = 0.(3)$

Input	Output
17/12	1.41(6)
1/17	0.(0588235294117647)
17/27	0.(629)
1/4	0.25